

ОЛИМПИАДА «СПЕКТРИК-25»

ЛИПЕЦКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ПЕДАГОГИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА ИМЕНИ П.П. СЕМЕНОВА-ТЯН-ШАНСКОГО

ЗАДАНИЯ ОТБОРОЧНОГО ТУРА ПО МАТЕМАТИКЕ

1. Ахиллес догоняет черепаху, которая находится на расстоянии 1 км от него. За первую минуту Ахиллес уменьшил расстояние до черепахи в два раза. Древнегреческий герой достаточно быстро уставал, поэтому за каждую следующую минуту Ахиллес приближался к черепахе на расстояние, составляющее $\frac{3}{5}$ от расстояния, на которое он приблизился за предшествующую минуту. На какой минуте, от времени начала движения, Ахиллес догонит черепаху?

2. Пусть S – площадь фигуры, состоящей из всех точек принадлежащих геометрическому месту точек плоскости, удалённых на расстояние не более 2 от окружности радиуса 3. Чему равно значение $\frac{S}{\pi}$.

3. Примитивный искусственный интеллект (ИИ) анализирует рынок недвижимости города Липецк. ИИ определяет прогноз стоимости квартиры с помощью линейной функциональной зависимости $y = ax + b$. Где x площадь квартиры в квадратных метрах, а y её стоимостью в млн. руб. В формуле $y = ax + b$ указанной зависимости значение свободного члена $b = 1,2$ млн. руб. было определено экспертами. Значение коэффициента a вычислялось на основе анализа нескольких предложений на рынке недвижимости. Для приведённых в таблице четырёх квартир были определены в соответствии с указанной формулой значения коэффициентов a_i ($i = 1; 2; 3; 4$). Среднее арифметическое значение четырёх найденных вариантов коэффициента a стало использоваться в функциональной зависимости. С помощью полученной функции определите прогноз стоимости квартиры в 42 м^2 . Ответ дайте в млн. руб.

x (м^2)	50	30	60	55
y (млн. руб.)	4,7	4,2	10,2	5,6

4. Нерадивый участник дистанционной экспресс олимпиады захотел получить решение с помощью некоторой системы искусственного интеллекта ИИ. Известно, что на олимпиаде было 6 задач, на первую задачу участник потратил 30 секунд, время выполнения каждой следующей задачи равновероятно было в 1,5 или 2 раза больше, чем время выполнения предшествующей задачи. Продолжительность олимпиады полчаса. Какова вероятность того, что участник успел отправить решение всех задач, если 5 минут ему ещё требуется на ввод результатов?

5. В шахматной доске 8×8 вырезали центральный квадрат размером 4×4 клетки.

а) Какое наибольшее число ладей, не бьющих друг друга, можно поставить на получившуюся часть доски? Приведите пример расстановки и докажите, что большее число ладей расставить нельзя.

б) Сколько всего таких расстановок?

(Ладьи бьют друг друга, если они находятся на одной клетчатой линии – вертикали, горизонтали – и в этой линии нет вырезанных клеток.)