

**ВСЕРОССИЙСКАЯ С МЕЖДУНАРОДНЫМ УЧАСТИЕМ
СТУДЕНЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА «СПЕКТР» (ФИЗИКА)
ЛИПЕЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ П. П. СЕМЕНОВА-ТЯН-ШАНСКОГО**

РЕШЕНИЕ ЗАДАНИЙ

Задача 1

Определить зависимость силы тяги F и силы сопротивления f автомобиля массой m от скорости, начинающего движение, если v зависит от времени следующим образом $v = v_0 \cdot \sqrt{1 - e^{-\beta t}}$, где v_0 и β - константы.

Решение.

Ускорение определим как первую производную скорости v от времени

$$a = \frac{dv}{dt}.$$

В результате дифференцирования получим:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} (v_0 \cdot \sqrt{1 - e^{-\beta t}}) =$$

$$v_0 \frac{1}{2 \sqrt{1 - e^{-\beta t}}} (-e^{-\beta t}) \cdot (-\beta) = \frac{v_0 \cdot \beta \cdot e^{-\beta t}}{2 \sqrt{1 - e^{-\beta t}}};$$

$$v = v_0 \cdot \sqrt{1 - e^{-t}}; \quad v^2 = v_0^2 \cdot (1 - e^{-t});$$

$$\frac{v^2}{v_0^2} = (1 - e^{-t});$$

$$e^{-t} = 1 - \frac{v^2}{v_0^2}.$$

Подставляя в формулу ускорения, имеем:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{v_0 \left(1 - \frac{v^2}{v_0^2}\right)}{2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{v_0^2}}} = \frac{v_0 \left(1 - \frac{v^2}{v_0^2}\right)}{2 \frac{v}{v_0}} = \frac{v_0^2 \left(1 - \frac{v^2}{v_0^2}\right)}{2v} =$$

$\frac{(v_0^2 - v^2)}{2v}$. Согласно второму закону Ньютона:

$$F - f = m \frac{(v_0^2 - v^2)}{2v}$$

Сила сопротивления f обычно пропорциональна скорости v или v^2 .

Если сила сопротивления пропорциональна f , то $f = k v = k v_0 \cdot \sqrt{1 - e^{-t}}$.

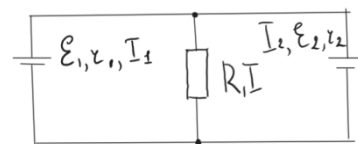
Тогда сила тяги F равна

$$F = m \frac{(v_0^2 - v^2)}{2v} + k v$$

Ответ. Сила тяги F равна $F = m \frac{(v_0^2 - v^2)}{2v} + kv$, при $f = kv$ и $F = m \frac{(v_0^2 - v^2)}{2v} + kv^2$ при $f = kv^2$.

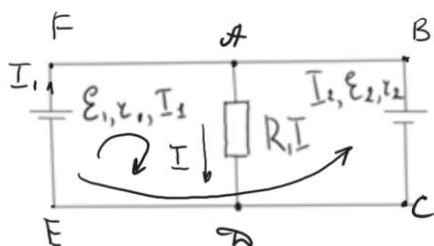
Задача 2

В электрической цепи, представленной на рисунке, два источника с $\varepsilon_1 = 2\text{В}$ и $\varepsilon_2 = 1,5\text{В}$ и внутренними сопротивлениями $r_1 = 20\text{м}$ и $r_2 = 10\text{м}$ замкнуты на внешнее сопротивление R . Известно, что через элемент ε_2 течет ток $I_2 = 1\text{А}$, найдите ток, протекающий через элемент ε_1 , а также сопротивление R и протекающий через него ток. При необходимости ответы округлите до сотых.



Решение:

Выберем направление токов в представленной цепи



Запишем законы Кирхгофа.

Первый закон Кирхгофа для узла А:

$$I = I_1 + I_2 \quad (1)$$

Второй закон Кирхгофа для контуров FABCE и FADE:

$$\varepsilon_1 = I_1 r_1 + IR \quad (2)$$

$$\varepsilon_2 - \varepsilon_1 = I_2 r_2 - I_1 r_1 \quad (3)$$

Из уравнения (3) выразим ток I_1 :

$$I_1 = \frac{I_2 r_2 - \varepsilon_2 + \varepsilon_1}{r_1}$$

Таким образом, получим значение $I_1 = 0,75\text{А}$.

Ток I и сопротивление R найдем из уравнений (1) и (2):

$$I = 0,75\text{А} + 1\text{А} = 1,75\text{А},$$

$$R = \frac{\varepsilon_1 - I_1 r_1}{I};$$

Полученное значение $R = 0,290\text{м}$.

Задача 3

Электрический заряд на обкладках конденсатора в колебательном контуре изменяется по закону $q = 10^{-6} \cos(2\pi t + \frac{2\pi}{3})$ Кл. Определите:

- 1) амплитуду колебаний заряда,
- 2) циклическую частоту,
- 3) частоту,
- 4) период,
- 5) начальную фазу колебаний заряда,
- 6) амплитуду силы тока в контуре,
- 7) значение силы тока в момент времени равный $\frac{3}{4}$ периода.

Решение.

Из заданного в условии уравнения находим:

1) $q_m = 10^{-6}$ Кл

2) $\omega_0 = 2\pi$ рад/с

3) $\nu = \frac{\omega_0}{2\pi} = 1$ Гц

4) $T = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{1}{\nu} = 1$ с

5) $\varphi_0 = \frac{2\pi}{3}$

- 6) Чтобы найти амплитуду силы тока найдем производную от заряда:

$$q' = i = -2\pi \cdot 10^{-6} \cdot \sin\left(2\pi t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

Тогда $i_m = 2\pi \cdot 10^{-6} \text{ А} = 2\pi \text{ мкА}$

- 7) Чтобы найти силу тока через $\frac{3}{4}$ периода подставим значение времени в уравнение для силы тока $i = -2\pi \cdot 10^{-6} \cdot \sin\left(2\pi \frac{3}{4} + \frac{2\pi}{3}\right) = -2\pi \cdot 10^{-6} \cdot \sin\left(\frac{13\pi}{6}\right) = -2\pi \cdot 10^{-6} \cdot \sin\left(\frac{12\pi}{6} + \frac{\pi}{6}\right) = -2\pi \cdot 10^{-6} \cdot \sin\left(2\pi + \frac{\pi}{6}\right) = -2\pi \cdot 10^{-6} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\pi \cdot 10^{-6} \text{ А} = -\pi \text{ мкА}$

Задача 4

Определите толщину стеклянной пластины, помещенной перпендикулярно на пути одного из интерферирующих лучей в опыте Юнга, если в результате такого изменения в проведении опыта, центральная светлая полоса сместилась в положение первоначально занимаемое четвертой светлой полосой. Показатель преломления стекла считать 1,5, длина волны 440 нм.

Решение:

При помещении стеклянной пластины на пути одного из интерферирующих лучей приведет к изменению разности хода, так как во втором случае один из лучей часть пути луч пройдет в вакууме, а часть в стеклянной пластине.

Изменение разности хода лучей с одной стороны:

$$\Delta = nh - h = h(n - 1) \quad (1),$$

с другой стороны по условию задачи

$$\Delta = k\lambda \quad (2).$$

Сравнивая (1) и (2), найдем h :

$$h = \frac{k\lambda}{(n - 1)}$$

Искомое значение $h=3,520$ мкм.