

**ВСЕРОССИЙСКАЯ (С МЕЖДУНАРОДНЫМ УЧАСТИЕМ)  
СТУДЕНЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА «СПЕКТР» (ФИЗИКА)**

**РЕШЕНИЯ ЗАДАНИЙ ФИНАЛЬНОГО ЭТАПА**

**Задача 1.**

При проведении опытов с плоским воздушным конденсатором студенты случайным образом накоротко замкнули пластины конденсатора. Внешнее электрическое поле, в которое помещен конденсатор перпендикулярно плоскости пластин. Найдите напряженность этого поля  $E_0$ , если площадь пластин  $S$  равна  $314 \text{ см}^2$ , расстояние между ними  $d = 6 \text{ см}$ . При приближении правой пластины к левой до расстояния, равного  $d_1 = 2 \text{ см}$  совершается работа  $1 \text{ МДж}$ .

**Решение.**

Так как пластины замкнуты накоротко, то напряженность электрического поля между ними равна 0. Пусть  $E_0$  – напряженность внешнего электрического поля. Тогда при перемещении пластины мы преодолеваем силу, равную  $F = \frac{E_0}{2} q$ .

Напряженность поля, создаваемого пластинами, равна  $E_0 = k \cdot 4\pi\sigma$

$$\begin{aligned}\sigma &= \frac{q}{S} \\ q &= \sigma S = \frac{E_0 S}{4k\pi} \\ F &= \frac{SE_0^2}{8k\pi}\end{aligned}$$

При передвижении пластины совершается работа

$$A = F \cdot (d - d_1) = \frac{SE_0^2(d - d_1)}{8k\pi}$$

Тогда,

$$E_0 = \sqrt{\frac{8k\pi A}{S(d - d_1)}}$$

После подстановки числовых значений, получаем

$$E_0 = 1,3 \cdot 10^{10} \text{ В/м}$$

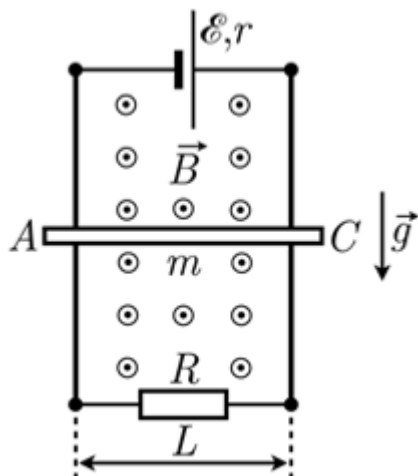
**Критерии оценивания**

Критерии	Баллы
Пояснено, что между пластинами $E = 0$	2
Записана формула силы, действующей на пластину при ее перемещении	2
Получена формула для работы, совершаемой против действующей силы	2

Получена конечная формула для напряженности внешнего электрического поля	2
Получен числовой результат	2
<b>Итого</b>	<b>10</b>

### Задача 2.

Электрическая цепь собрана из двух вертикальных параллельных проводящих реек, источника тока и резистора и помещена в магнитное поле с индукцией  $B = 1$  Тл (см. рисунок). Расстояние между рейками 25 см. ЭДС батареи 6 В, а ее внутреннее сопротивление 2 Ом. Сопротивление резистора 6 Ом. На проводящие рейки кладут перемычку AC массой 100 г, которую в начальные моменты удерживают, а затем отпускают. Через некоторое время скорость движения перемычки устанавливается и остается постоянной. Найдите эту скорость. Ответ можно округлить до целых. Ускорение свободного падения принять равным  $10 \text{ м/с}^2$ .



### Решение.

Будем рассматривать момент времени, когда скорость уже установилась и остается постоянной. Тогда сила Ампера будет уравновешиваться силой тяжести перемычки

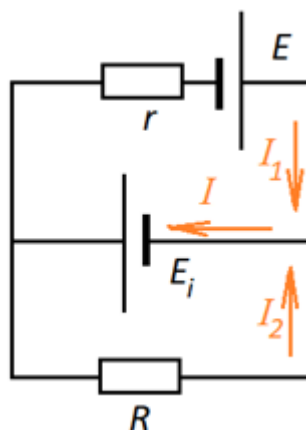
$$BIL = mg$$

$$I = \frac{mg}{BL}$$

Поскольку перемычка движется в магнитном поле со скоростью  $v$ , то на ее концах наводится ЭДС, равная

$$\xi_i = BvL$$

Схема получившейся электрической цепи будет выглядеть так:



Переключатель будет идеальным источником ЭДС, следовательно

$$I_1 = \frac{\xi + \xi_i}{r}$$

$$I_2 = \frac{\xi_i}{R}$$

Таким образом, общий ток равен  $I = I_1 + I_2$

Проведя несложные математические преобразования, получим

$$v = \left( \frac{mg}{B^2 L^2} - \frac{\xi}{rBL} \right) \frac{rR}{r + R}$$

После подстановки числовых значений получим  $v = 6$  м/с.

Критерии оценивания

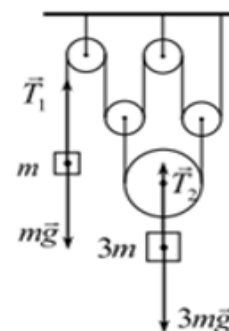
Критерии	Баллы
Найдена сила тока, протекающая по цепи	2
Записана формула для ЭДС переключателя	1
Представлена эквивалентная схема с распределением токов	2
Определены токи, протекающие в 1 и 2 контурах	1
Проведены математические преобразования и получена формула для скорости движения переключателя	2
Проведены вычисления и получен результат	2
<b>Итого</b>	<b>10</b>

### Задача 3.

В системе, изображенной на рисунке, все блоки невесомы, нити – невесомы и нерастяжимы. Массы грузов равны  $m$  и  $3m$ . Найти ускорения грузов.

### Решение.

Силы, действующие на тела, показаны на рисунке. Это две силы тяжести  $m\vec{g}$  и  $3m\vec{g}$  и силы натяжения нитей  $\vec{T}_1$  и  $\vec{T}_2$  (см. рисунок). Второй закон Ньютона для тел дает



$$m\vec{a}_1 = m\vec{g} + \vec{T}_1$$

$$3m\vec{a}_2 = 3m\vec{g} + \vec{T}_2$$

где  $\vec{a}_1$  и  $\vec{a}_2$  – ускорение тел ( $\vec{a}_1$  – ускорение тела массой  $m$ ,  $\vec{a}_2$  – тела массой  $2m$ ). Спроецируем эти законы на оси, направленную вверх для меньшего тела, и вниз для большего. Получим

$$ma_1 = T_1 - mg$$

$$3ma_2 = 3mg - T_2$$

(здесь  $a_1$  и  $a_2$  - проекции ускорений тел на указанные оси). Поскольку блоки невесомы, то суммы сил, действующих на каждый из них, равны нулю. Поэтому сила натяжения нитей, прикрепленных к осям двух маленьких подвижных блоков, равны  $2T_1$ , а сила натяжения нити, прикрепленной к большому телу -  $T_2 = 4T_1$ . Установим теперь связь ускорений. Если маленькое тело опустится вниз на величину  $\Delta x$ , то нить справа от самого левого блока укоротится на  $\Delta x$ . Это приведет к подъему двух маленьких подвижных блоков на  $\Delta x/4$  каждого. М, следовательно, большой груз поднимется на величину  $\Delta x/4$ . Поэтому скорость маленького тела в любой момент времени вчетверо меньше скорости большого, и, следовательно ускорение:  $a_1 = 4a_2$ . В результате наша система уравнений станет такой

$$4ma_2 = T_1 - mg$$

$$3ma_2 = 3mg - 4T_1$$

Решая эту систему уравнений, найдем

$$a_2 = -\frac{1}{19}g,$$

Это значит, что большой груз будет двигаться с ускорением  $g/19$ , направленным вверх, а меньший груз – с ускорением  $4g/19$ , направленным вниз.

№	Критерий	Баллы
1.	Правильное оформление задачи. Записано «дано», указано решение, записан ответ	1
2.	Правильно расставлены силы, действующие на тела, правильный чертеж с силами	2
3.	Правильный второй закон Ньютона для тел	2
4.	Правильная связь сил натяжения	2

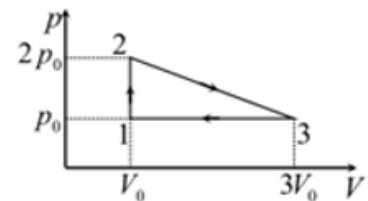
5	Правильная связь ускорений	2
6.	Правильный ответ для величин и направлений ускорений тел	1
	ИТОГО	10

#### Задача 4.

С  $\nu$  молями идеального газа проводят циклический процесс 1-2-3-1, состоящий из: изохорического нагревания 1-2, участка 2-3 с линейной зависимостью давления от объема, изобарического сжатия 3-1 (см. рисунок). Известно, что отношение максимального и минимального объемов газа в течение цикла равно 3, отношение максимального и минимального давлений газа в течение цикла равно 2, максимальная разность температур в течение всего цикла -  $\Delta T$ . Найти работу газа за цикл.

#### Решение.

Пусть давление и объем газа в состоянии 1 равны  $p_0$  и  $V_0$ . Поскольку это минимальные значения давления и объема в цикле, то давление газа в состоянии 2 есть  $2p_0$ , а объем в состоянии 3 есть  $3V_0$  (см. рисунок). Так как работа газа в циклическом процессе есть площадь цикла в координатах «давление-объем», то работа газа в нашем процессе есть



$$A = p_0 V_0$$

И проблема заключается только в том, что эти величины условие задачи нам не дает, поэтому мы должны их выразить через данное в условии максимальное изменение температуры газа. Очевидно, минимальное будет температура газа в состоянии 1 (т.к. в этом состоянии самым малым среди всех состояний цикла является произведение давления на объем, которое связано законом Клапейрона-Менделеева с температурой газа). Эту величину легко найдем из закона Клапейрона-Менделеева:

$$T_{min} = \frac{p_0 V_0}{\nu R}$$

А вот максимальная является температура какого-то состояния на участке 2-3. Найдем это состояние и максимальную температуру.

Очевидно, зависимость давления от объема на участке 2-3 дается соотношением

$$p(V) = \frac{5}{2}p_0 - \frac{p_0}{V_0}V$$

(можно непосредственной подстановкой проверить, что этому уравнению удовлетворяют две точки, лежащие на прямой 2-3:  $(V_0, 2p_0)$  и  $(3V_0, p_0)$ ). Подставляя эту зависимость в закон Клапейрона-Менделеева

$$pV = \nu RT,$$

Получим зависимость температуры газа от его объема

$$T(V) = \frac{p_0 V}{2\nu R} \left( 5 - \frac{V}{V_0} \right)$$

Математически эта зависимость представляет собой квадратичную функцию с ветвями, направленными вниз, и обращающуюся в нуль при  $V = 0$  и  $V = 5V_0$ . Поэтому эта функция достигает максимума посередине между этими точками. Т.е.

$$T_{max} = T(V = 5V_0/2) = \frac{25}{8} \frac{p_0 V_0}{\nu R},$$

Следовательно, максимальное изменение температуры газа в рассматриваемом процессе можно найти как

$$\Delta T = T_{max} - T_{min} = \frac{25}{8} \frac{p_0 V_0}{\nu R} - \frac{p_0 V_0}{\nu R} = \frac{17}{8} \frac{p_0 V_0}{\nu R}$$

Отсюда получаем окончательно для работы газа

$$A = p_0 V_0 = \frac{8\nu R \Delta T}{17}$$

№	Критерий	Баллы
1.	Правильное оформление задачи. Записано «дано», указано решение, записан ответ	1
2.	Правильно найдена работа газа (как площадь цикла в координатах давление-объем) и понято, что давление и объем газа в различных состояниях нужно выразить через максимальное изменение температуры газа	2
3.	Утверждение, что минимальной температуре отвечает состояние 1, максимальной будет температура в одном из состояний на прямой 2-3	2

4	Правильно найдена зависимость давления от объема (или объема от давления) в процессе 2-3	2
5	Правильно найдена зависимость температуры от объема (или от давления) в процессе 2-3 и найдена максимальная температура газа в процессе	2
6.	Записан окончательный результат	1
	ИТОГО	10