

МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА

ШКОЛЬНИКОВ 9-11 КЛАССОВ «СПЕКТРИК» (ИНФОРМАТИКА)

РЕШЕНИЯ ЗАДАНИЙ ФИНАЛЬНОГО ЭТАПА

Во всех задачах предоставлялся ШАБЛОН, в котором необходимо записать решение задачи. Каждое задание оценивается не более чем в 100 баллов. В случае отсутствия формул в решении, задача будет оценена не более чем на 50 баллов.

Ячейки листов с заданием защищены от изменений (без пароля, но снимать не рекомендуется). Остальные ячейки доступны. Ячейки для ответов выделены цветом.

1. Таблица умножения

Маша в школе познакомилась с системами счисления, и они ей так понравились, что она решил создать свой шифр, используя для кодирования одну из них. Чтобы шифр получился более надёжным, она решила проводить расчёты в одиннадцатиричной системе счисления. Помогите Маше составить таблицу умножения для чисел(символов) от 0 до А в одиннадцатиричной системе счисления.

Ответы запишите в ячейки С6:М16.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2		Составить таблицу умножения						
3		11	Основание					
4								
5			0	1	2	3	4	5
6		0	0	0	0	0	0	0
7		1	0	1	2	3	4	5
8		2	0	2	4	6	8	A

РЕШЕНИЕ

В первой задаче требуется реализовать таблицу умножения в одиннадцатиричной системе счисления. Это задание сложнее предлагавшегося на отборочном этапе, поскольку требуется обрабатывать случаи с появлением буквы «А». При работе в 11-ричной системе счисления используются цифры от 0 до 9 включительно, а также символ «А» со значением 10. Необходимо реализовать перемножение чисел столбца на числа в строке и перевести его в 11-ричную систему счисления. Здесь требуется использовать смешанную ссылку, зафиксировав столбец и строку соответственно. Для перевода числа из десятичной системы счисления в произвольную, необходимо последовательно делить число на основание системы счисления и записывать получающиеся остатки. В данном случае результат занимает не более двух символов, поэтому достаточно выделить целую часть (функция ЦЕЛОЕ()) и остаток (функция ОСТАТ()), а затем соединить их. При получении результата необходимо помнить про 10, которую следует поменять на букву А. Это можно сделать через условие, функцию ВЫБОР или ВПР. Для склеивания двух цифр можно использовать функцию СЦЕПИТЬ(). Формула и результат представлены на рисунке 1.

В формуле «=СЦЕПИТЬ(ЕСЛИ(\$B6*\$C\$5>10;
 ВПР(ЦЕЛОЕ(\$B6*\$C\$5/\$B\$3);\$C\$18:\$D\$28;2;0);"");
 ВПР(ОСТАТ(\$B6*\$C\$5;11);\$C\$18:\$D\$28;2;0))» используется перевод цифр из десятичной системы счисления в 11-ричную с помощью вспомогательной таблицы, расположенной в диапазоне C18:D28.

Использование смешанных ссылок позволяет скопировать эту формула во все ячейки таблицы умножения.

		=СЦЕПИТЬ(ЕСЛИ(\$B6*\$C\$5>10;ВПР(ЦЕЛОЕ(\$B6*\$C\$5/\$B\$3);\$C\$18:\$D\$28;2;0);"");ВПР(ОСТАТ(\$B6*\$C\$5;11);\$C\$18:\$D\$28;2;0))													
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1															
2		Составить таблицу умножения в 11-ричной системе счисления													
3		11 Основание													
4															
5			0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
6		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7		1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	1	1
8		2	0	2	4	6	8	A	11	13	15	17	19	2	2
9		3	0	3	6	9	11	14	17	1A	22	25	28	3	3
10		4	0	4	8	11	15	19	22	26	2A	33	37	4	4
11		5	0	5	A	14	19	23	28	32	37	41	46	5	5
12		6	0	6	11	17	22	28	33	39	44	4A	55	6	6
13		7	0	7	13	1A	26	32	39	45	51	58	64	7	7
14		8	0	8	15	22	2A	37	44	51	59	66	73	8	8
15		9	0	9	17	25	33	41	4A	58	66	74	82	9	9
16		10	0	A	19	28	37	46	55	64	73	82	91	10	A
17															
18			0	0											
19			1	1											
20			2	2											
21			3	3											

Рисунок 1. Результат и формула для таблицы умножения

2. Робот

Прогуливаясь по ТехноПарку, Маша зашла в комнату с соревнованиями роботов. В одном из заданий роботу необходимо было собирать монетки с пола. Маша заинтересовалась, а какое максимальное и минимальное количество монет может собрать робот, двигаясь от начала маршрута в левом верхнем углу, до конечной точки, расположенной в правом нижнем углу. В каждом ходу робот может двигаться только на одну ячейку вправо или вниз и взять монетку с пола. Также робот собирает монетки в первой и последней точках пути.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		Минимальное число монет						
2		Максимальное число монет						
3		Количество поворотов на						
4		Количество поворотов на						
5								
6		12	1	13	9	5	16	1
7		11	9	13	15	9	9	
8		15	7	10	19	16	15	
9		18	18	14	19	12	14	

Также Маша решила дополнительно посчитать количество левых и правых поворотов, которые сделает на оптимальном пути робот, поскольку каждый поворот отнимает немного энергии у робота.

РЕШЕНИЕ

Во второй задаче требуется решить типовое задание ЕГЭ по информатике с помощью динамического программирования.

Для этой задачи используется метод динамического программирования, который позволяет получить результат на основе ранее вычисленных значений.

Создадим новую таблицу, ячейки которой будут содержать оптимальное значение, которое может быть получено в этой точке. Скопируем исходную таблицу ниже и заполним её следующим образом. В левом верхнем углу продублируем значение из начальной клетки исходной таблицы. В элементы первой строки мы можем попасть только слева. В элементы первого столбца мы можем попасть только сверху. В остальные элементы можно попасть слева или сверху и надо выбрать оптимальное значение.

Это позволит ответить на первые 2 вопроса. Однако для ответа на следующие вопросы потребуется восстановить оптимальные пути.

Для восстановления оптимального пути скопируем исходную таблицу, заполнив её 0. Начнём с последней точки, которая заведомо принадлежит оптимальному пути, поставив в неё 1. И выполним заполнение таблицы в обратную сторону. Ячейка находится на оптимальном пути если из неё можно получить наилучшее значение и попасть в ячейку оптимального пути.

После восстановления оптимального маршрута требуется подсчитать число поворотов. Поворотом в ячейке, которая лежит на оптимальном пути, будет комбинация, в

которой единицы стоят слева и снизу (правый поворот) или сверху и справа (левый поворот).

Результат решения задачи представлен на рисунке 2.

Подсчёт оптимального количества, восстановления оптимального пути и поиск поворотов показан на рисунках 3-5. Для наглядности в ячейки таблицы добавлено условное форматирование.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
1	243	Минимальное число монет, которые может собрать робот																			
2	487	Максимальное число монет, которые может собрать робот																			
3	18	Количество поворотов на пути с минимальным числом монет																			
4	16	Количество поворотов на пути с максимальным числом монет																			
5																					
6		12	1	13	9	5	16	15	8	10	4	9	5	1	12	3	6	9	12	8	15
7		11	9	13	15	9	9	5	9	7	17	2	17	3	5	6	5	18	9	14	15
8		15	7	10	19	16	15	3	9	12	1	5	15	10	17	5	13	6	10	14	5
9		18	18	14	19	12	14	9	12	8	6	8	19	19	5	6	16	17	6	16	12
10		12	5	11	7	13	9	2	11	14	11	16	10	10	17	12	16	9	15	5	11
11		10	9	9	5	12	6	13	5	13	17	11	14	10	19	15	18	4	9	14	15
12		11	14	19	13	14	1	15	5	19	9	13	4	19	18	13	14	8	9	11	9
13		16	19	5	9	9	3	15	6	19	19	14	11	2	5	8	12	17	8	2	4
14		15	11	17	4	5	7	16	14	6	6	16	19	12	16	4	10	1	9	9	13
15		10	2	14	7	9	7	15	2	10	2	11	18	17	6	15	14	5	1	10	5
16		15	11	19	18	15	3	4	6	9	7	14	13	4	2	1	5	7	12	17	13
17		19	18	6	3	6	12	9	4	1	12	10	11	12	16	13	8	15	4	14	15
18		11	13	9	15	18	6	3	14	19	9	13	12	15	5	7	6	4	19	16	1
19		4	2	4	10	9	9	7	8	11	2	18	4	18	7	4	18	14	11	16	16
20		12	10	1	15	6	10	13	1	8	1	6	15	15	7	14	4	19	1	9	12

Рисунок 2. Результат решения задачи о роботе

U37		=U20+МАКС(T37;U36)																			
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
22		Макс																			
23		12	13	26	35	40	56	71	79	89	93	102	107	108	120	123	129	138	150	158	173
24		23	32	45	60	69	78	83	92	99	116	118	135	138	143	149	154	172	181	195	210
25		38	45	55	79	95	110	113	122	134	135	140	155	165	182	187	200	206	216	230	235
26		56	74	88	107	119	133	142	154	162	168	176	195	214	219	225	241	258	264	280	292
27		68	79	99	114	132	142	144	165	179	190	206	216	226	243	255	271	280	295	300	311
28		78	88	108	119	144	150	163	170	192	209	220	234	244	263	278	296	300	309	323	338
29		89	103	127	140	158	159	178	183	211	220	233	238	263	281	294	310	318	327	338	347
30		105	124	132	149	167	170	193	199	230	249	263	274	276	286	302	322	339	347	349	353
31		120	135	152	156	172	179	209	223	236	255	279	298	310	326	330	340	341	356	365	378
32		130	137	166	173	182	189	224	226	246	257	290	316	333	339	354	368	373	374	384	389
33		145	156	185	203	218	221	228	234	255	264	304	329	337	341	355	373	380	392	409	422
34		164	182	191	206	224	236	245	249	256	276	314	340	352	368	381	389	404	408	423	438
35		175	195	204	221	242	248	251	265	284	293	327	352	367	373	388	395	408	427	443	444
36		179	197	208	231	251	260	267	275	295	297	345	356	385	392	396	414	428	439	459	475
37		191	207	209	246	257	270	283	284	303	304	351	371	400	407	421	425	447	448	468	487

Рисунок 3. Расчёт максимального числа монет

X24		=ЕСЛИ(ИЛИ(И(D24-C24=D7;Y24=1);И(C25-C24=C8;X25=1));1;0)																			
	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE	AF	AG	AH	AI	AJ	AK	AL	AM	AN	AO	AP
22																					
23		1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24		1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
25		1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
26		1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
27		0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
28		0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
29		0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
30		0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
31		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
32		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
33		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
34		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0
35		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0
36		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
37		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

Рисунок 4. Восстановление оптимального пути (макс)

AR26		=ЕСЛИ(МАКС(V26+W26+W27;W25+W26+X26)=3;1;0)																			
	AQ	AR	AS	AT	AU	AV	AW	AX	AY	AZ	BA	BB	BC	BD	BE	BF	BG	BH	BI	BJ	BK
22																					
23		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
25		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
26		1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
27		0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
28		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
29		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
30		0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
31		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
32		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
33		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
34		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0
35		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0
36		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
37		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Рисунок 5. Поиск поворотов (макс)

3. Выражение

Маша добрела до комнаты математиков, которые решали задачу в любимейшей Маше одиннадцатиричной системе счисления. Вспомнив, что у неё есть таблица умножения в этой системе, она быстренько составила таблицу сложения и помогла ребятам. Они были так рады, что одарили Машу цветами, но забыли сохранить результат, а когда Маша ушла обнаружили что решение потерялось.

Помогите ребятам найти значение выражения $3 * 121^{2025} - 2 * 11^{2025} - 2025$, записанного в одиннадцатиричной системе счисления и дать ответы на вопросы.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1											
2											
3											
4											
5											
6											

Сколько раз встречаются нечётные цифры

Какая цифра(символ) встречается максимальное чис.

Сколько раз встречается максимальная цифра(симво

Найти значение выражения,
записанного в системе счисления с основанием 11,
и ответить на вопросы

$3 * 121^{2025} - 2 * 11^{2025} - 2025$

РЕШЕНИЕ

В третьей задаче требовалось реализовать длинную арифметику. Предварительно необходимо преобразовать выражение, переведя все числа в 11-ричную систему счисления (Формула 1, рисунок 6).

$$3 * 121^{2025} - 2 * 11^{2025} - 2025 = 3 * 11^{4050} - 2 * 11^{2025} - 2025 \quad (1)$$

	B	C	D	E	F
21					
22		2025	11		
23		2024	184	11	
24		1	176	16	11
25			8	11	1
26				5	
27					

Рисунок 6. Перевод числа 2025 в 11-ричную систему счисления

Число вида $a \cdot b^c$ в с-ричной системе счисления будет представлено как $a00..00$, где количество 0 в записи числа будет равно показателю степени c .

Используя представленную в задании нумерацию, располагаем первое число $3 \cdot 11^{4050}$, а под ним второе (вычитаемое), и реализуем вычитание в 11-ричной системе счисления. Здесь можно записать числа справа налево и так же производить вычисления. Если заём плюс вычитаемая цифра больше чем цифра исходного числа, то к исходной цифре сначала прибавляется основание системы счисления, а потом происходит вычитание, и устанавливается заём в соседнем разряде. В противном случае выполняем обычное вычитание, и заём не происходит. Здесь не требуется отдельно обрабатывать значение 10 (символ A), а можно оставить как есть.

Аналогично выполняется и второе вычитание.

В окончательном результате требуется подсчитать число различных цифр. Для этого используем функцию СЧЁТЕСЛИ(). Результат работы представлен на рисунке 7.

	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
13	-	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15												
16	заём	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
17		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	-	1	8	1	5							
19		10	2	9	5	10	10	10	10	10	10	10
20												
21												
22	2025	11					0	0	0		нечет	2
23	2024	184	11				1	0	1		макс	10
24	1	176	16	11			2	2	2			
25		8	11	1			3	0	3			
26			5				4	0	4			
27							5	1	5			
28							6	0	6			
29							7	0	7			
30							8	1	8			
31							9	1	9			
32							10	4046	10			

Рисунок 7. Перевод числа различных цифр(чисел) в числе

На рисунке 8 представлен окончательный ответ.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	2	Сколько раз встречаются нечётные цифры										
2	A	Какая цифра(символ) встречается максимальное число раз										
3	4046	Сколько раз встречается максимальная цифра(символ)										

Рисунок 8. Ответ на 3 задачу